

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДИПЛОМАТИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
МИНИСТЕРСТВА ИНОСТРАННЫХ ДЕЛ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе и молодежной политике

А.А.Данельян

«28» октября 2022 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО
МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В БАКАЛАВРИАТ
В 2023 ГОДУ**

Москва, 2022

Настоящая программа разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования и Федеральным государственным стандартом основного общего образования с учётом необходимости соответствия уровню сложности ЕГЭ по математике.

Цель экзамена — установить уровень знаний абитуриентов по математике.

Вступительный экзамен по математике при поступлении на программы бакалавриата проводится для абитуриентов, имеющих право сдавать внутренние вступительные испытания, проводимые Академией самостоятельно, в соответствии с Порядком приема на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 21 августа 2020 г. № 1076.

І. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРИЕНТОВ

На экзамене по математике поступающий в высшее учебное заведение должен **показать**:

- а) четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение применять их с достаточным основанием при решении задач;
- б) умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение использовать их при решении задач.

Для выполнения письменной работы экзаменуемый должен **уметь**:

- 1) выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие;
- 2) сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;

- 3) решать уравнения, неравенства, системы и исследовать их решения; исследовать функции; строить графики функций и множеств точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами с параметрами;
- 5) изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;
- 6) пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;
- 7) пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;
- 8) пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;
- 9) составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;
- 10) излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Алгебра

- 1. Числа, корни и степени**
 - 1.1. Целые числа
 - 1.2. Степень с натуральным показателем
 - 1.3. Дроби, проценты, рациональные числа
 - 1.4. Степень с целым показателем
 - 1.5. Корень степени $n > 1$ и его свойства
 - 1.6. Степень с рациональным показателем и ее свойства
 - 1.7. Свойства степени с действительным показателем
- 2. Основы тригонометрии**
 - 2.1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
 - 2.2. Радианная мера угла
 - 2.3. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа

- 2.4. Основные тригонометрические тождества
- 2.5. Формулы приведения
- 2.6. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- 2.7. Синус и косинус двойного угла
- 3. Логарифмы
 - 3.1. Логарифм числа
 - 3.2. Логарифм произведения, частного, степени
 - 3.3. Десятичный и натуральный логарифмы, число e
- 4. Преобразования выражений
 - 4.1. Преобразования выражений, включающих арифметические операции
 - 4.2. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
 - 4.3. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
 - 4.4. Преобразования тригонометрических выражений
 - 4.5. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
 - 4.6. Модуль (абсолютная величина) числа

Уравнения и неравенства

- 5. Уравнения
 - 5.1. Квадратные уравнения
 - 5.2. Рациональные уравнения
 - 5.3. Иррациональные уравнения
 - 5.4. Тригонометрические уравнения
 - 5.5. Показательные уравнения
 - 5.6. Логарифмические уравнения
 - 5.7. Равносильность уравнений, систем уравнений
 - 5.8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
 - 5.9. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 6. Неравенства
 - 6.1. Квадратные неравенства
 - 6.2. Рациональные неравенства

- 6.3. Показательные неравенства
- 6.4. Логарифмические неравенства
- 6.5. Системы линейных неравенств
- 6.6. Метод интервалов

Функции

- 7. Определение и график функции
 - 7.1. Функция, область определения функции
 - 7.2. Множество значений функции
 - 7.3. График функции. Примеры функциональных зависимостей
 - 7.4. в реальных процессах и явлениях
 - 7.5. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат
- 8. Элементарное исследование функций
 - 8.1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
 - 8.2. Четность и нечетность функции
 - 8.3. Периодичность функции
 - 8.4. Ограниченность функции
 - 8.5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
 - 8.6. Наибольшее и наименьшее значения функции
- 9. Основные элементарные функции
 - 9.1. Линейная функция, ее график
 - 9.2. Квадратичная функция, ее график
 - 9.3. Степенная функция с натуральным показателем, ее график
 - 9.4. Тригонометрические функции, их графики
 - 9.5. Показательная функция, ее график
 - 9.6. Логарифмическая функция, ее график

Начала математического анализа

- 10. *Понятие дифференцирования.*
 - 10.1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
 - 10.2. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
 - 10.3. Уравнение касательной к графику функции

10.4. Производные суммы, разности, произведения, частного

10.5. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков

Геометрия

11. Планиметрия

11.1. Треугольник

11.2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат

11.3. Трапеция

11.4. Окружность и круг

11.5. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника описанная около треугольника

11.6. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

11.7. Правильные многоугольники.

11.8. Вписанная окружность и описанная

12. Прямые и плоскости в пространстве

12.1. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых

12.2. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства

12.3. Параллельность плоскостей, признаки и свойства

12.4. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах

12.5. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства

13. Многогранники

13.1. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма

13.2. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в Параллелепипеде

13.3. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида

13.4. Сечения куба, призмы, пирамиды

13.5. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

14. Тела и поверхности вращения

14.1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

14.2. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

14.3. Шар и сфера, их сечения

15. Измерение геометрических величин

15.1. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

15.2. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол

15.3. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника

15.4. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями

15.5. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

15.6. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

15.7. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

16. Координаты и векторы

16.1. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве

16.2. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

16.3. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число

16.4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

16.5. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам

16.6. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

17. Элементы комбинаторики

17.1. Поочередный и одновременный выбор

17.2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

18. Элементы статистики

18.1. Табличное и графическое представление данных

18.2. Числовые характеристики рядов данных

19. Элементы теории вероятностей

19.1. Вероятности событий.

19.2. Алгебра событий.

Часть 1 содержит

Задания 1 типа - 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности.

Часть 2 содержит

Задания 2 типа - 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и

Задания 3 типа - 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

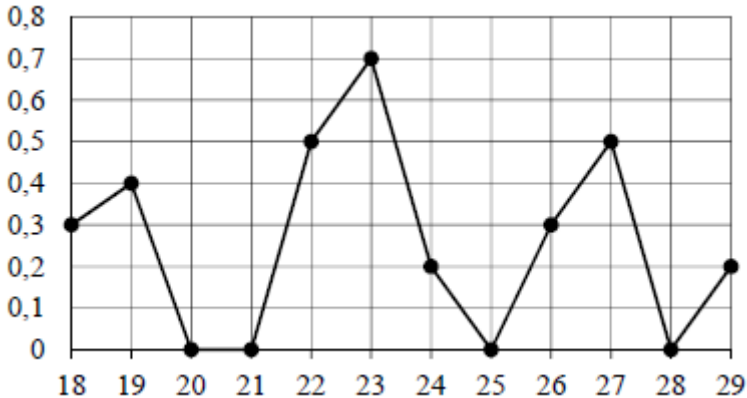
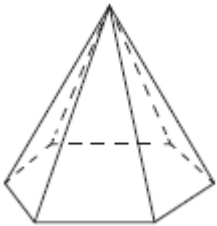
III. ТРЕБОВАНИЯ ПРИ СДАЧЕ ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

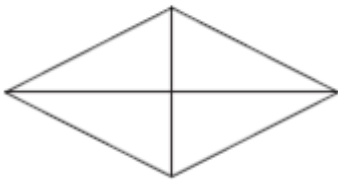
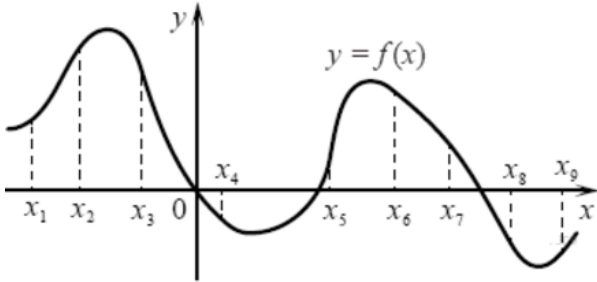
1. Экзамен проводится в письменной форме.
2. Продолжительность вступительного экзамена по математике составляет 235 минут.
3. Экзаменационный билет содержит 15 заданий (задач), соответствующих содержанию тем программы (п. II). Первая часть содержит 9 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Вторая часть содержит 3 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 3 задания с развернутым ответом повышенного уровня сложности (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Все задачи строго соответствуют примерной программе по математике для поступающих в российские высшие учебные заведения в 2023 году.
4. Поступающие могут пользоваться непрограммируемыми калькуляторами.
5. Абитуриентам запрещается иметь при себе и использовать средства связи и электронно-вычислительной техники, за исключением случаев, установленных нормативными правовыми актами Российской Федерации.

IV. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Часть 1

1	Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены? Ответ: _____.
2	На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.

	Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало больше 0,1 миллиметров осадков.  Ответ: _____.
3	Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 22, боковые ребра равны 61. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.  Ответ: _____.
4	На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос. Ответ: _____.
5	Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} = 4^x.$ Ответ: _____.
6	Площадь ромба равна 27. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.

	 Ответ: _____.
7	Упростите выражение и найдите его значение при заданных параметрах. $\frac{a^2 b^{-6}}{(4a)^3 b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} b^{-4}}$ Ответ: _____.
8	Найдите значение выражения $(980^2 - 62^2):1042$. Ответ: _____.
	Часть 2
9.	На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?  Ответ: _____.
10	Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель — целое число от -2 до 2. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вдвое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид $R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}$ Найдите, каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 30. Ответ: _____.

11	В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 3% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году? Ответ: _____.												
12	Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^2 + 36}{x}$ на отрезке $[-17; -1]$ Ответ: _____.												
13	В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S—целое число. Условия его возврата таковы: – каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года; – с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга; – в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей. <table><tr><td>Месяц и год</td><td>Июль 2016</td><td>Июль 2017</td><td>Июль 2018</td><td>Июль 2019</td><td>Июль 2020</td></tr><tr><td>Долг (в млн рублей)</td><td>S</td><td>$0,7S$</td><td>$0,4S$</td><td>$0,2S$</td><td>0</td></tr></table> Найдите наименьшее значение S, при котором общая сумма выплат будет больше 10 млн. рублей. Ответ.	Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0
Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020								
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0								
14	Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и а) пять; б) четыре; в) три из них образуют геометрическую прогрессию? В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер. <table><tr><td>а</td><td>б</td><td>в</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table> Ответ _____	а	б	в									
а	б	в											
15	а) Решите уравнение: $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$ б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.												
16	В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB, A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM=B_1N=C_1K=1$.												

	а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC. Докажите, что $MNKL$ – квадрат. б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK.
17	Решите неравенство $((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1})^2 \leq \frac{ x^2 - 10x }{(x^2 + 7x + 6)^2}.$
18	а) Решите уравнение $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0$. б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$.
19	Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a, \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$ имеет ровно два решения. Проиллюстрируйте решение графически.

V. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ОТВЕТА

Каждое из *заданий 1–9* считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное *задание типа 1* оценивается до 4 баллов, *задания типа 2* – оценивается до 5 баллов, *задания типа 3* – оценивается до 10 баллов

Задание 13

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	7
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	5
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	7

Задание 14

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы во всех пунктах	7
Обоснованно получен верный ответ в двух пунктах	5
Обоснованно получен верный ответ в одном пунктах;	3

полученные неверные ответы связаны с вычислениями, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	7

Задания 15-16

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	7
Выполнен только один пункт <i>a</i> или <i>б</i>	4
Ответы неверные, но проявлено понимание постановки задачи и верно указаны шаги решения	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	7

Задание 17

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	8
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	6
Получен неверный ответ, но продемонстрировано понимание модуля и метода интервалов решения неравенств	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	8

Задания 18

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	9
Выполнен только один пункт <i>a</i> или <i>б</i>	6
Получены неверные ответы, но продемонстрировано владение техникой преобразования иррациональных выражений и методами решения уравнений.	4
Проявлено понимание постановки задачи и верно указаны шаги решения	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	9

Задание 19

Содержание критерия	Баллы
Проведено исследование системы , обоснованно получен верный ответ, приведен график	10
Получен верный ответ, но нет строгого обоснования	7
Получен неверный ответ из-за вычислений, но при этом проведен анализ задачи и построена иллюстрация	5
Проявлено понимание постановки задачи и верно указаны шаги решения	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	7

Максимальный балл – 100.

Экзамен считается сданным, если поступающий набирает не менее минимального количества баллов, установленного Правилами приема в Академию.

Все вопросы, касающиеся несогласия абитуриентов с полученными оценками, решаются Апелляционной комиссией.

Распределение баллов к задачам по вариантам.

задание	Баллы варианты		
	1	2	
1	2	2	тип 1
2	3	3	
3	4	4	
4	3	3	
5	4	4	
6	4	4	
7	3	3	
8	3	3	
9	4	4	тип 2
10	5	5	
11	5	5	
12	5	5	тип3
13	7	7	
14	7	7	
15	7	7	

16	7	7
17	8	8
18	9	9
19	10	10
	100	100